

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор физтех-школы
аэрокосмических технологий
С.С. Негодяев

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория упругости и пластичности
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Беспилотные авиационные системы Физтех-школа авиационных и цифровых технологий кафедра прочности летательных аппаратов
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: К.А. Балунов

Программа обсуждена на заседании кафедры прочности летательных аппаратов 04.06.2020

Аннотация

Курс посвящен изучению основных принципов, задач и методов теории упругости и пластичности. В курсе изложены основы построения математической теории напряжений, теории деформаций и физических зависимостей между ними, которые являются базисом знаний для проведения расчётов прочности конструкций летательных аппаратов. Рассматриваются классические задачи и методы их решений, на основе которых указываются границы применения простых формул известных из курса сопротивления материалов. Формулируются вариационные принципы, позволяющие построение расчётных моделей для сложных задач теории упругости и пластичности.

Курс содержит в себе разбор задач, демонстрацию примеров применения рассматриваемых математических моделей, а также анализ их области применимости на практике, без которых невозможно глубокое понимание предмета. Для успешного освоения курса слушателю желательно знать общий курс физики «Механика», владеть основами математического анализа, знать методы решения систем дифференциальных уравнений в частных производных, а также иметь общие знания по материаловедению.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- изложение основных принципов, задач и методов теории упругости и пластичности. Курс содержит основы построения математической теории напряжений, теории деформаций и физических зависимостей между ними, которые являются базисом знаний по расчёту прочности конструкций летательных аппаратов. Рассматриваются классические задачи и методы их решений, на основе которых указываются границы применения простых формул сопротивления. Формулируются вариационные принципы, позволяющие построение расчётных моделей для сложных задач теории упругости и пластичности.

Задачи дисциплины

получение студентами теоретических знаний в механике деформирования упругих и пластических тел, навыков в решении получаемых систем дифференциальных уравнений в частных производных, применения подходов и формул для практических задач по прочности силовых конструкций;

охват основных методов и подходов к решению практических проблем, возникающих в расчётных исследованиях прочности летательных аппаратов;

овладение методами и подходами к численному решению задач теории упругости с применением вариационных принципов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- общие методы решения задач теории упругости и пластичности;
- основные решения классических задач и их применение в анализе прочности элементов ЛА.

уметь:

- производить численные сравнения результатов, получаемых по сопромату и теории упругости;
- использовать вариационные методы при приближенном решении задач теории упругости;
- построить матрицы жёсткости и масс для конечных элементов одно-, двух- и трёхмерной теории упругости.

владеть:

- навыками получения теоретических решений в перемещениях и напряжениях для основных задач теории упругости и пластичности;
- навыками построения расчётных конечно-элементных моделей для расчёта простых конструкций.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Предмет теории упругости		6		3
2	Теория напряжений		6		4
3	Теория деформаций		6		2
4	Физические зависимости в теории упругости		6		4
5	Основные принципы теории упругости		6		2
6	Схемы решения задач теории упругости и примеры решения простейших задач теории упругости		8		6
7	Приближённые методы решения задач теории упругости		8		8
8	Основные зависимости теории пластичности		8		8
9	Схемы решения задач теории пластичности		6		8
Итого часов			60		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Предмет теории упругости

Её задачи, методы и допущения. Механические свойства твердых деформируемых тел. Пластичность. Идеально упругое тело.

2. Теория напряжений

Поверхностные и объемные силы. Нормальные и касательные напряжения. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на наклонных площадках. Граничные условия на поверхности. Преобразование компонентов напряжений при переходе от одних координатных осей к другим. Инварианты напряженного состояния. Тензор напряжений. Девиатор напряжений. Шаровой тензор. Направляющий тензор напряжений. Интенсивность напряжений. Интенсивность касательных напряжений. Максимальные касательные напряжения. Главные напряжения. Круги Мора. Особенности разрушения композитных элементов. Критерии прочности КМ в напряжениях и деформациях. Влияние повреждений.

3. Теория деформаций

Способы кинематического описания деформируемого тела. Перемещения и компоненты деформаций. Геометрические соотношения Коши. Преобразование компонентов деформаций при переходе от одних координатных осей к другим. Объемная деформация. Главные деформации. Интенсивность деформаций. Тензор деформаций. Направляющий тензор деформаций. Инварианты деформированного состояния. Уравнения неразрывности деформаций Сен-Венана.

4. Физические зависимости в теории упругости

Обобщенный закон Гука для анизотропного тела. Изотропное и ортотропное тело. Композиционные материалы. Закон Гука в форме Ламе. Закон Гука в тензорной форме. Потенциальная энергия деформации. Работа упругих сил. Формула Клапейрона. Формулы Кастильяно. Формулы Грина.

5. Основные принципы теории упругости

Теорема Бетти о взаимности работ. Начало возможных перемещений Лагранжа. Принцип Кастильяно о возможных изменениях напряженного состояния. Принцип наименьшей работы. Принцип Сен-Венана.

Семестр: 8 (Весенний)

6. Схемы решения задач теории упругости и примеры решения простейших задач теории упругости

Основные методы решения задач теории упругости. Решение задачи теории упругости в перемещениях. Уравнения Ламе. Метод перемещений при постоянстве объемных сил. Уравнение Лапласа для объемной деформации. Решение задачи теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла. Типы граничных условий на поверхности тела. Теорема единственности Кирхгофа. Простейшие задачи теории упругости. Обратный метод в напряжениях. Чистый изгиб призматического бруса. Интегрирование соотношений Коши. Уравнение упругой линии для бруса. Гипотеза плоских сечений. Двумерная задача теории упругости в декартовых координатах. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Решение плоской задачи в напряжениях. Уравнение Леви. Функция напряжений Эри. Полуобратный метод решения плоской задачи для прямоугольных односвязных областей. Бигармонические функции. Метод Рибьера-Файлона. Задача об изгибе консоли, нагруженной на конце. Задача о балке на двух опорах под действием распределенной нагрузки. Задача о треугольной подпорной стене. Сравнение решения задач теории упругости с решениями сопромата. Обоснование принципа Сен-Венана. Плоская задача теории упругости в полярных координатах. Уравнения равновесия. Уравнения неразрывности деформаций Леви. Геометрические соотношения Коши. Простое радиальное напряженное состояние. Задача о клине, нагруженном в вершине сосредоточенной силой. Сжатие клина. Изгиб клина. Задача Буссинеска. Сравнение решения задач теории упругости с решениями сопромата. Функция напряжений для плоской задачи в полярных координатах. Осесимметричные задачи. Решение в перемещениях. Задача Ламе для трубы с толстыми стенками. Задача Головина об изгибе криволинейного бруса. Упругое кручение стержней. Кручение круглого стержня постоянного сечения. Кручение прямолинейных стержней произвольной формы. Функция депланации. Уравнения Лапласа и условия на поверхности. Уравнение Пуассона для функции напряжений. Граничные условия. Пример стержня с эллиптическим поперечным сечением. Мембранная аналогия Прандтля. Кручение стержня узкого прямоугольного сечения. Кручение полых валов. Теорема Стокса о циркуляции касательных напряжений. Формулы Бредта. Кручение тонкостенных труб.

7. Приближённые методы решения задач теории упругости

Вариационные принципы. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина. Метод Канторовича-Власова. Конечно-разностный метод. Примеры применения методов. Конечно-элементный подход. Матричная форма записи уравнений трехмерной и двумерной теории упругости. Слабая формулировка задачи. Существенные и естественные граничные условия. Принцип Гамильтона. Конечно-элементная процедура. Полиномиальная интерполяция перемещений. Формирование уравнений в локальной системе координат. Преобразование координат. Глобальная система линейных уравнений и методы её решения. Матрица жесткости и масс для одномерных, двумерных и трёхмерных элементов теории упругости. Вычисление напряжений.

8. Основные зависимости теории пластичности

Свойство пластичности. Упругопластическое тело. Задачи теории пластичности. Понятие об активном, пассивном и нейтральном деформировании. Простое нагружение. Сложное нагружение. Математический аппарат теории пластичности. Теория упругопластических деформаций. Условия пластичности Треска-Сен-Венана и Губера-Мизеса-Генки. Законы теории малых упругопластических деформаций. Теорема А.А. Ильюшина о простом нагружении. Теорема о разгрузке. Зависимости между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций. Понятие о теории пластического течения.

9. Схемы решения задач теории пластичности

Метод упругих решений А.А. Ильюшина. Упругопластический чистый изгиб призматического бруса. Предел упругого и пластического деформирования. Поперечный упругопластический изгиб бруса.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Теория упругости [Текст] / С. П. Тимошенко ; пер. с англ. Н. А. Шошина .— Л. ; М. : Гостехиздат, 1934 .— 451 с.
2. Пластичность [Текст]. Ч. 1. Упруго-пластические деформации / А. А. Ильюшин ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова ; предисл. Е. И. Шемякина [и др.] - М.Логос,2004
3. Основы теории упругости и пластичности [Текст] / В. И. Самуль - М.Высшая школа,1982

Дополнительная литература

1. Курс теории упругости [Текст] : учеб. пособие для ун-тов / Л. С. Лейбезон .— 2-е изд., испр. и доп. — М. ; Л. : Гостехиздат, 1947 .— 464 с.
2. Теория пластичности [Текст] : [учебное пособие для вузов] : рек. М-вом высш. и средн. спец. образования СССР / В. В. Соколовский .— 3-е изд., доп. — М : Высш. школа, 1969 .— 608 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

на семинарских занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину "Теория упругости и пластичности", должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету и экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Беспилотные авиационные системы Физтех-школа авиационных и цифровых технологий кафедра прочности летательных аппаратов
курс:	<u>4</u>
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет
8 (весенний) - Экзамен

Разработчик: К.А. Балунов

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория упругости и пластичности» обучающийся должен:

знать:

- общие методы решения задач теории упругости и пластичности;
- основные решения классических задач и их применение в анализе прочности элементов ЛА.

уметь:

- производить численные сравнения результатов, получаемых по сопромату и теории упругости;
- использовать вариационные методы при приближенном решении задач теории упругости;
- построить матрицы жёсткости и масс для конечных элементов одно-, двух- и трёхмерной теории упругости.

владеть:

- навыками получения теоретических решений в перемещениях и напряжениях для основных задач теории упругости и пластичности;
- навыками построения расчётных конечно-элементных моделей для расчёта простых конструкций.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Решение для изгиба консоли, нагруженной на конце.
2. Простое радиальное напряженное состояние.
3. Сжатие и изгиб клина.
4. Задача Буссинеска.
5. Задача Головина об изгибе криволинейного бруса.
6. Кручение прямолинейных стержней произвольной формы.
7. Функция депланации.
8. Уравнения Лапласа и условия на поверхности.
9. Уравнение Пуассона для функции напряжений. Граничные условия.
10. Мембранная аналогия Прандтля. Кручение полых валов.
11. Теорема Стокса о циркуляции касательных напряжений.
12. Формулы Бредта для задачи о кручении тонкостенных труб.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Механические свойства твердых деформируемых тел. Пластичность. Идеально упругое тело.

2. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на наклонных площадках. Граничные условия на поверхности.
3. Понятие тензора и девиатора напряжений.
4. Интенсивность напряжений. Интенсивность касательных напряжений.
5. Максимальные касательные напряжения. Круги Мора.
6. Перемещения и компоненты деформаций. Геометрические соотношения Коши.
7. Уравнения неразрывности деформаций Сен-Венана.
8. Закон Гука для анизотропного тела.
9. Теорема Бетти о взаимности работ. Начало возможных перемещений Лагранжа.
10. Основные методы решения задач теории упругости.
11. Решение задачи теории упругости в перемещениях. Уравнения Ламе.
12. Решение задачи теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Мичела.
13. Двумерная задача теории упругости в декартовых координатах. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние.
14. Функция напряжений Эри. Бигармонические функции.

Билет 1

1. Механические свойства твердых деформируемых тел. Пластичность. Идеально упругое тело.
2. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на наклонных площадках. Граничные условия на поверхности.

Билет 2

1. Понятие тензора и девиатора напряжений.
2. Интенсивность напряжений. Интенсивность касательных напряжений.

Билет 3

1. Максимальные касательные напряжения. Круги Мора.
2. Перемещения и компоненты деформаций. Геометрические соотношения Коши.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой.

Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.